

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
министрство образования Самарской области
Северное управление
Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Самарской
области средняя общеобразовательная школа № 1 п.г.т.Суходол
муниципального района Сергиевский Самарской области

РАССМОТРЕНО

Руководитель МО

Гуркина С.Ю.

«26» августа 2025 г.

ПРОВЕРЕНО

Заместитель директора

по УВР

Маляева И.Г.

«28» августа 2025 г.

УТВЕРЖДЕНО

Директор школы

Соломонова Т.В.

№ 163-од

от «29» августа 2025г

Рабочая программа

элективного курса «Практикум по математике»

для обучающихся 10-11 классов

СУХОДОЛ, 2025

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Элективный курс «Практикум по математике» предназначен для повышения эффективности подготовки обучающихся 10-11 класса к единому государственному экзамену по математике за курс средней школы и предусматривает их подготовку к дальнейшему получению средне-специального и высшего образования; направлен на восполнение недостающих знаний, отработку приемов решения заданий различных типов и уровней сложности вне зависимости от формулировки, а также отработку типовых заданий ЕГЭ по математике на тестовом материале; позволит систематизировать и углубить знания учащихся по различным разделам курса математики основной и средней школы (арифметике, алгебре и началам анализа, статистике, теории вероятностей и геометрии).

Цель:

систематизация знаний и способов деятельности учащихся по математике за курс основной школы, подготовка обучающихся 10-11 класса к единому государственному экзамену по математике.

Задачи:

- Закрепить основные теоретические понятия и определения по основным изучаемым разделам;
- Отработать основные типы задач изучаемых типов КИМ ЕГЭ «Алгебра и начала анализа», «Геометрия», «Вероятность и статистика» и алгоритм их решения;
- Формировать у обучающихся целостного представления о теме, ее значения в разделе математики, межпредметные связи с другими темами;
- Способствовать интеллектуальному развитию учащихся, формированию качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых ученику для успешной сдачи ЕГЭ, для дальнейшего обучения в высших и средне-специальных учебных заведениях, для общей социальной ориентации;
- Акцентировать внимание учащихся на единых требованиях к правилам оформления различных видов заданий, включаемых в итоговую аттестацию за курс средней школы.
- Способствовать созданию условий осмыслинности учения, включения в него обучающегося на уровне не только интеллектуальной, но личностной и социальной активности с применением тех или иных методов обучения.

На изучение учебного курса «Практикум по математике» в 10 классе и 11 классе отводится по 34 часа (1 час в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10-11 КЛАСС

Выражения и их преобразования. Отработка задач № 7 КИМ ЕГЭ профильный уровень; № 14 и 16 базовый уровень

Целые числа. Степень с целым показателем. Свойства степени с целым показателем.

Разложение многочлена на множители. Сокращение дроби. Сумма и разность дробей.

Произведение и частное дробей. Преобразование иррациональных выражений.

Уравнения и неравенства. Отработка задач № 6, 13 КИМ ЕГЭ профильный уровень; № 17 базовый уровень

Линейное уравнение. Квадратное уравнение. Неполные квадратные уравнения. Разложение квадратного трехчлена на множители. Дробно-рациональное уравнение. Линейные неравенства. Квадратные неравенства (метод построения параболы). Решение рациональных неравенств (метод интервалов).

Текстовые задачи. Отработка задач № 10, 15 КИМ ЕГЭ профильный уровень; № 1, 15, 20, 21 базовый уровень

Понятие процента. Задачи на проценты. Задачи практического содержания на проценты. Задачи практического содержания на смеси и сплавы. Элементарные графики и элементы статистической обработки информации. Задачи на анализ практической ситуации. Задачи на работу. Задачи на движение.

Планиметрия. Углы и длины Отработка задач № 1, 2, 17 КИМ ЕГЭ профильный уровень; № 9 и 12 базовый уровень

Прямоугольный треугольник. Равнобедренный треугольник. Тригонометрические функции острых углов прямоугольного треугольника. Нахождение значений тригонометрических функций острых углов прямоугольного треугольника. Нахождение значений тригонометрических функций острых углов равнобедренного треугольника. Нахождение значений тригонометрических функций тупых углов. Нахождение значений тригонометрических функций тупых углов. Нахождение элементов прямоугольных треугольников. Нахождение элементов равнобедренных треугольников. Решение треугольников.

Планиметрия. Площади Отработка задач № 1, 15 КИМ ЕГЭ профильный уровень; № 9, 10, 12 базовый уровень

Вычисление площадей фигур на клетчатой бумаге. Площадь прямоугольника, ромба, параллелограмма, трапеции. Площадь треугольника. Площадь выпуклых и невыпуклых многоугольников. Площадь круга и его частей. Вычисление площадей фигур на координатной плоскости. Векторная геометрия.

Функции и их свойства Отработка задач № 11, 18 КИМ ЕГЭ профильный уровень; № 7 базовый уровень

Исследование функций элементарными методами. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Исследование функций на экстремумы. Исследование функций на возрастание и убывание. Исследование функций на наибольшее и наименьшее значение (в т.ч. на отрезке). Исследование функций с помощью графика её производной.

Выражения и их преобразования Отработка задач № 7, 18 КИМ ЕГЭ профильный уровень; № 14 и 16 базовый уровень

Соотношения между тригонометрическими функциями одного итого же аргумента. Формулы кратных аргументов. Обратные тригонометрические функции. Свойства степени с целым показателем. Разложение многочлена на множители. Сокращение дроби. Сумма и разность дробей. Произведение и частное дробей. Преобразование иррациональных выражений. Свойства степени с рациональным показателем. Логарифм. Свойства логарифмов. Преобразования логарифмических выражений.

Стереометрия Отработка задач № 2, 14 КИМ ЕГЭ профильный уровень; № 11, 13 базовый уровень

Углы и расстояния в пространстве. Многогранники. Тела вращения. Площади поверхностей тел. Объемы тел.

Уравнения и неравенства Отработка задач № 6, 13, 16 КИМ ЕГЭ профильный уровень; № 17 и 18 базовый уровень

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений. Частные случаи решения простейших тригонометрических уравнений. Отбор корней, принадлежащих промежутку.

Способы решения тригонометрических уравнений. Иррациональные уравнения. Метод равносильности. Иррациональные неравенства. Алгоритм решения неравенств методом интервалов. Показательные уравнения. Методы решения показательных уравнений. Показательные неравенства, примеры решений. Логарифмические уравнения. Метод равносильности. Логарифмические неравенства.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО КУРСА «ПРАКТИКУМ ПО МАТЕМАТИКЕ» НА УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Личностными результатами освоения учебного курса являются:

- 1) готовность и способность обучающихся к саморазвитию и самообразованию, выбору дальнейшего образования на базе ориентировки в мире профессий и профессиональных предпочтений;
- 2) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;
- 3) развитие логического мышления, пространственного воображения, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также для последующего обучения в высшей школе;
- 4) сформированность коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками, взрослыми и младшими в образовательной, общественно – полезной, учебно – исследовательской, творческой и других видах деятельности.

Предметными результатами освоения учебного курса являются:

- 1) сформированность понятийного аппарата по основным курсам математики; знание основных теорем, формул и умения их применять; умения находить нестандартные
- 2) способы решения задач;
- 3) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;
- 4) освоение математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

Метапредметными результатами изучения курса является выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать

гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структуроировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Календарно-тематическое -планирование
10 КЛАСС

№ п/п	Тема занятия	Количество часов	Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
1-2	Числовые выражения и их преобразование (выражения с рациональными числами, применений свойств арифметических действий и формул сокращенного умножения для быстрого счета)	2		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=60&filter=all
3	Степенные выражения и их преобразование (отработка применения свойств степеней с натуральным и целым показателем)	1		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=55&filter=all
4	Иррациональные выражения и их преобразования (отработка применения свойств квадратного корня)	1		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=55&filter=all
5	Линейные уравнения (решение линейных уравнений, систем уравнений, применений уравнений к решению задач)	1		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=14&filter=all
6	Квадратные уравнения. Теорема Виета (решение квадратных уравнений, подбор корней и проверка по т.Виета, систем уравнений, применений уравнений к решению задач)	1		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=14&filter=all
7	Уравнения, сводящиеся к квадратным (решение уравнений сводящихся к квадратным, систем уравнений, применений уравнений к решению задач)	1		
8	Дробно – рациональные уравнения (решение уравнений, систем уравнений, применений уравнений к решению задач)	1		

9	Линейные неравенства (решение линейных неравенств различными способами, в том числе графическим)	1		
10	Квадратные неравенства (метод построения параболы)	1		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=9&filter=all
11	Рациональные неравенства (метод интервалов)	1		
12-14	Понятие процента (решение текстовых задач различными способами: по определению процента, пропорцией, по свойствам дробей; решение задач практического содержания)	3		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=88&filter=all
15	Задачи практического содержания на смеси и сплавы	1		
16	Элементарные графики и элементы статистической обработки информации	1		https://ege.sdamgia.ru/test?a=view_many&cat_id[]=267&cat_id[]=294&cat_id[]=125&cat_id[]=122&cat_id[]=272&cat_id[]=191&cat_id[]=296&filter=all
17-20	Задачи на анализ практической ситуации (решение задач с практическим содержанием)	4		
21	Задачи на совместную работу	1		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=87&filter=all
22-23	Задачи на движение (прямолинейное равномерное движение, движение навстречу, в противоположных направлениях, движение по воде с учетом течения)	2		
24-26	Нахождение значений тригонометрических функций углов выраженных в градусной и радианной мере (нахождение значений	3		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=79&filter=all

	тригонометрических функций в прямоугольном треугольнике; применение формул приведения для нахождения значений тригонометрических функций тупых углов; тригонометрическая окружность)			
27-28	Нахождение элементов треугольников (повторение теорем синусов и косинусов, свойства подобия, свойства медиан, биссектрис, высот, вписанная и описанная окружность)	2		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=79&filter=all
29	Вычисление площадей фигур на клетчатой бумаге	1		
30-33	Площади многоугольников, круга и его частей (повторение формул вычисления площадей фигур, площади подобных фигур, площади поверхностей многогранников)	4		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=96&filter=all
34	Итоговый контрольный тест	1		
	Итого	34		

№ п/п	Тема занятия	Количество часов	Дата изучения	Электронные цифровые образовательные ресурсы
1	Исследование функций элементарными методами (описание свойств по графику, нахождение свойств функций по формуле, применение свойств функций к решению неравенств)	1		
2-6	Производная, её геометрический и физический смысл. Исследование функций с помощью производной	5		
7	Рациональные выражения и их преобразование (Решение задач с помощью дробно-рациональных уравнений)	1		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=55&filter=all
8	Тригонометрические выражения и их преобразование	1		
9	Логарифмические выражения и их преобразование	1		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=74&filter=all
10-11	Решение планиметрических задач: нахождение углов и расстояний)	2		
12-13	Многогранники .Тела вращения (нахождение элементов многогранников и тел вращения)	2		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=257&filter=all
14	Вписанные и описанные фигуры (центры вписанной и описанной окружностей, признак принадлежности четырех точек одной окружности, свойства вписанных	1		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=331&filter=all

	описанных фигур)			
15-16	Площадь поверхности многогранников . Площадь поверхности тел вращения. Комбинации многогранников	2		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=148&filter=all
17-18	Объём многогранников. Объём тел вращения. Комбинации многогранников. Вписанные и описанные многогранники	2		
19-20	Тригонометрические уравнения и их системы. Тригонометрические неравенства и их системы. (повторение формул корней простейших уравнений, отбор корней по окружности)	2		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=167&filter=all
21-22	Иррациональные уравнения и их системы. Иррациональные неравенства и их системы (Определение и свойства корня n-ой степени, равносильные переходы в решении уравнений и неравенств)	2		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=275&filter=all
23-24	Показательные уравнения и их системы. Показательные неравенства и их системы (Простейшие показательные уравнения, применение свойств показательной функции к решению уравнений и неравенств)	2		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=11&filter=all
25-26	Логарифмические уравнения и их системы. Логарифмические неравенства и их системы (Простейшие логарифмические уравнения.Применение свойств	2		https://ege.sdamgia.ru/test?category_id=238&filter=all

	логарифмической функции к решению уравнений и неравенств. Равносильные переходы)			
27-29	Комбинированные уравнения и смешанные системы	3		
30-33	Решение тренировочных вариантов ЕГЭ	4		
34	Итоговый контрольный тест	1		
	Итого	34		

Оценочные материалы

Диагностическая работа 10 класс

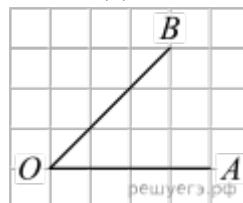
Вариант 1

Часть 1.

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.

2. На борту самолёта 12 кресел расположены рядом с

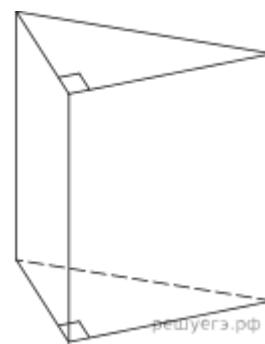
ми, разделяющими салоны. Все эти места удобны для пас-
сажиров высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность



решил ЕГЭ.ру

3. Решите уравнение $\frac{x+2}{4x+9} = \frac{x+2}{x-12}$. Если уравнение имеет более
из корней.

запасными выходами и 18 — за перегородка-
сажира высокого роста. Остальные места неу-
того, что на регистрации при случайном выбо-



одного корня, в ответе запишите больший

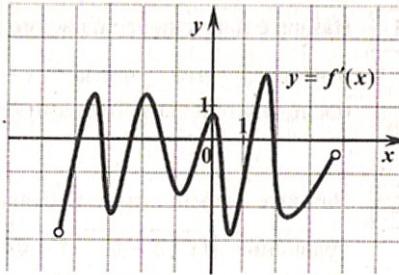
4. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, высота призмы равна 10. Найдите площадь ее поверхности.

5. На рисунке изображён график производной функции $y = f'(x)$. Найдите число промежутков возрастания этой функции.

6. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SO = 15$, $BD = 16$. Найдите боковое ребро SA .

7. Упростите выражение: $\cos^2(\pi - \alpha) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

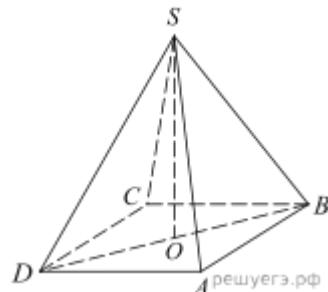
1) 1 2) $2\cos^2\alpha$ 3) $2\sin^2\alpha$ 4) 0.



Часть 2.

8. Вычислите $f'(2)$, если $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-3}$.

9. Решите уравнение:

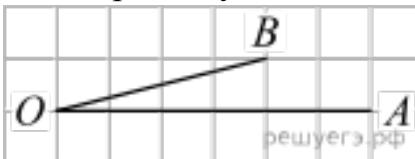


$$\sin x + \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right) \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right) = 0$$

Вариант 2.

Часть 1.

1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.

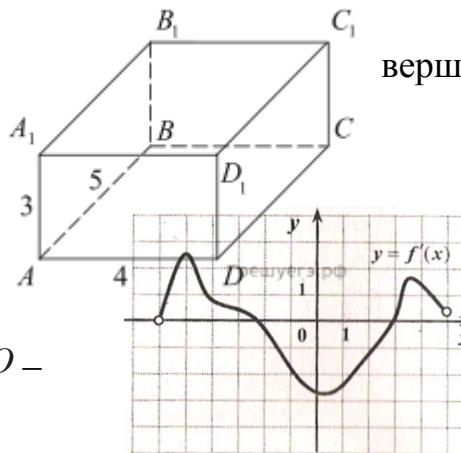


2. На борту самолёта 21 мест рядом с запасляющими салоны. Остальные места неудобного роста. Найдите вероятность того, что место, если всего в самолёте 450 мест.

ными выходами и 15 мест за перегородками, разделены для пассажира высокого роста. Пассажир В. вynom выборе места пассажиру В. достанется удобное

3. Решите уравнение $\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

4. Найдите квадрат расстояния между вершинами C и A_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$.



вершинами C и A_1 прямоугольного

рисунке изображён график её производной. Найдите длину промежутка убывания этой

6. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – вершина, $SO = 8$, $BD = 30$. Найдите боковое ребро SC .

7. Упростите выражение: $\sin 3\alpha \cos 2\alpha + \sin 2\alpha \cos 3\alpha - \cos(2\pi - \alpha)$

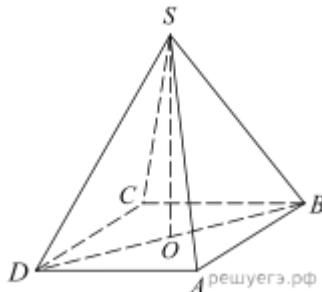
- 1) $\sin 5\alpha + \cos \alpha$ 2) $\sin \alpha + \cos \alpha$ 3) $\sin 5\alpha - \cos \alpha$ 4) $\sin \alpha - \cos \alpha$

Часть 2.

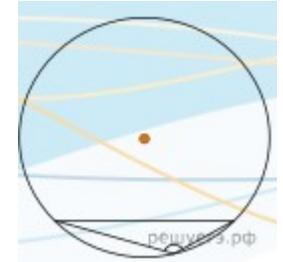
8. Вычислите $f'(3)$, если $f(x) = (4 - x^2)(3 + 2x)$.

$$\cos x = \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right)^2 - 1$$

9. Решите уравнение:



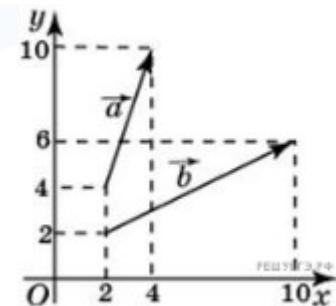
Диагностическая работа 11 класс



1. Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.

$$\angle ACB = 180^\circ - \frac{\angle AOB}{2} = 150^\circ.$$

2. Найдите угол между векторами \vec{a} и \vec{b} . Ответ дайте в градусах.



$$\vec{a}(2; 6), \vec{b}(8; 4). (\vec{a}, \vec{b}) = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 2 \cdot 8 + 6 \cdot 4 = 40. \vec{a}a = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40}, \vec{b}b = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80}, a \cdot b \cdot \cos \alpha = 40, \cos \alpha = \frac{40}{\sqrt{40} \cdot \sqrt{80}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \alpha = 45^\circ.$$

3. Радиусы трех шаров равны 6, 8 и 10. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 8^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 \cdot (3^3 + 4^3 + 5^3) = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 \cdot 6^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 12^3.$$

4. Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

5. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

6. Найдите корень уравнения $\log_5(4+x) = 2$.

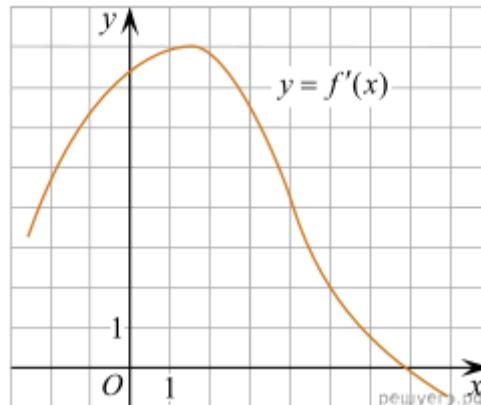
$$\log_5(4+x) = 2 \Leftrightarrow 4+x = 5^2 \Leftrightarrow 4+x = 25 \Leftrightarrow x = 21.$$

$$\frac{2\sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)}.$$

7. Найдите значение выражения

$$\frac{2\sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)} = \frac{-2\sin(\pi - \alpha) + \sin\alpha}{-\sin\alpha} = \frac{-2\sin\alpha + \sin\alpha}{-\sin\alpha} = 1.$$

8. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.



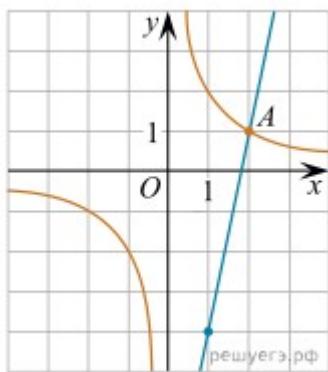
$$y = 2x - 2f'(x_0) = 2 \cdot x_0 = 5.$$

9. Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha R C \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0,7$ – постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 21 с. Ответ дайте в киловольтах.

$$t = 2 \ln U_0 = 16 \Rightarrow U = 5 \cdot 10^6 C = 2 \cdot 10^{-6} t = 21 \Leftrightarrow 0,7 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^6 \cdot \log_2 \frac{16}{U} = 21 \Leftrightarrow \log_2 \frac{16}{U} = 3 \Leftrightarrow \frac{16}{U} = 8 \Leftrightarrow U = 2$$

10. Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист. Через 30 минут он еще не вернулся в пункт A и из пункта A следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



$$\frac{k}{2} = 1 \Leftrightarrow k = 2. f(x) = \frac{2}{x}, a = \frac{5}{1} = 5. 5 \cdot 2 + b = 1 \Leftrightarrow b = -9. g(x) = 5x - 9.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{81 + 4 \cdot 5 \cdot 2}}{10}, \\ x = \frac{9 - \sqrt{81 + 4 \cdot 5 \cdot 2}}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = -0,2. \end{cases}$$

12. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+4)^2 + 2x + 7$.

$$\ln a^2 = 2 \ln |a|, \quad y = 2 \ln |x+4| + 2x + 7 = \begin{cases} 2 \ln(x+4) + 2x + 7, & x > -4 \\ 2 \ln(-x-4) + 2x + 7, & x < -4. \end{cases} \quad y' = \begin{cases} \frac{2}{x+4} + 2, & x > -4, \\ \frac{2 \cdot (-1)}{-x-4} + 2, & x < -4 \end{cases} = \frac{2(x+5)}{x+4}.$$

$$y = \ln(x+4)^2 + 2x + 7. \quad y' = \frac{1}{(x+4)^2} \cdot 2(x+4) \cdot 1 + 2 = \frac{2}{x+4} + 2 = \frac{2(x+5)}{x+4}.$$

$$\sqrt{x+4}\sqrt{x-4} + \sqrt{x-4}\sqrt{x-4} = 4.$$

13. a) Решите уравнение

б) Найдите решения уравнения, принадлежащие отрезку $[2\sqrt{3} + 1; 10]$.

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{x-4}. \quad y^2 = x-4x = y^2 + 4\sqrt{y^2 + 4y + 4} + \sqrt{y^2 - 4y + 4} = 4 \Leftrightarrow |y+2| + |y-2| = 4. \quad y \geq 0, y+2 > 0, \\ y+2 + |y-2| &= 4 \Leftrightarrow |y-2| = 2 - y \quad |a| = -ay - 2 \leq 0, \sqrt{x-4} \leq 2 \Leftrightarrow 4 \leq x \leq 8. \quad 4 = 3 + 1 = \sqrt{9} + 1 < \sqrt{12} + 1 = \\ &= 2\sqrt{3} + 1 < \sqrt{49} + 1 = 8 < 10. \quad [2\sqrt{3} + 1; 10] \quad [2\sqrt{3} + 1; 8] \quad [4; 8] \quad [2\sqrt{3} + 1; 8]. \quad \sqrt{x+4}\sqrt{x-4} + \sqrt{x-4}\sqrt{x-4} = 4 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x+4\sqrt{x-4} + 2\sqrt{x+4}\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x-4}\sqrt{x-4} + x-4\sqrt{x-4} = 16 \Leftrightarrow \sqrt{x+4}\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x-4}\sqrt{x-4} = 8 - x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 16(x-4) = (8-x)^2 \\ 4 \leq x \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 16x + 64 = 64 - 16x + x^2 \\ 4 \leq x \leq 8 \end{cases} \quad (*) \end{aligned}$$

14. Прямоугольник $ABCD$ и цилиндр расположены таким образом, что AB — диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания и касается его окружности, при этом плоскость прямоугольника наклонена к плоскости основания цилиндра под углом 60° .

а) Докажите, что $ABCD$ — квадрат.

б) Найдите длину той части отрезка BD , которая находится снаружи цилиндра, если радиус цилиндра равен $\sqrt{2}$.

$$\cos \angle OKO_1 = \frac{O_1K}{OK} = \frac{r}{OK}, \cos \angle OKO_1 = \frac{1}{2}, OK = AD = AB = 2r, \frac{DT}{TB} = \frac{EF}{FB}, \angle AFB = 90^\circ$$

$$\frac{EF}{FB} = \frac{EF}{FA} \cdot \frac{FA}{FB} = \operatorname{tg} \angle EAF \cdot \operatorname{tg} \angle ABF = \operatorname{tg}^2 \angle ABF = \left(\frac{EA}{AB} \right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{DT}{TB} = \frac{1}{4}, DT = \frac{1}{5}BD = \frac{1}{5}AD\sqrt{2} =$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{5}r = \frac{2\sqrt{2}}{5} \cdot \sqrt{2} = 0,8.$$

15. Решите неравенство: $\left| \log_x \frac{x}{4} \right| \cdot \log_{4x}(2x^2) \leq \left| \log_x \frac{x}{4} \right|.$

$$\left| \log_x \frac{x}{4} \right| = 4, \log_{4x}(2x^2) \leq 1 \Leftrightarrow \log_{4x}(2x^2) \leq \log_{4x}4x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, \\ x \neq 0,25, \\ (4x-1)(2x^2-4x) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, \\ x \neq 0,25, \\ (4x-1)(x-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{4} < x \leq 2, \\ \left(\frac{1}{4}; 1 \right) \cup (1; 2] \cup \{4\} \left(\frac{1}{4}; 1 \right) \cup (1; 2] \cup \{4\} \left(\frac{1}{4}; 1 \right) \cup (1; 2] \cup \{4\} \left(\frac{1}{4}; 1 \right) \cup (1; 2] \cup \{4\}.$$

16. При рытье колодца глубиной свыше 10 м за первый метр заплатили 1000 руб., а за каждый следующий на 500 руб. больше, чем за предыдущий. Сверх того за весь колодец дополнительно было уплачено 10 000 руб. Средняя стоимость 1 м оказалась равной 6250 руб. Определите глубину колодца.

$$1000 + 500(x-1) \cdot \frac{(1000 + 1000 + 500(x-1))x}{2} = \frac{2000x + 500x^2 - 500x}{2} = 250x^2 + 750x. \begin{cases} x > 10, \\ 250x^2 + 750x + 10000 = 6250x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 10, \\ 250x^2 - 5500x + 10000 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 10, \\ x^2 - 22x + 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 10, \\ x^2 - 22x + 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 10, \\ x = 2, \\ x = 20 \end{cases} \Leftrightarrow x = 20.$$

17. Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$, перпендикулярна диагонали AC и пересекает сторону AD в точке M , равноудаленной от вершин B и D .

а) Докажите, что BM и BD делят угол B на три равных угла.

б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$ до прямой CM , если $BC = 6\sqrt{21}$.

$$\begin{aligned}
& \angle ADB = \angle DBC \angle MBD = \angle MDB \angle MBD = \angle DBC \angle MBA = 90^\circ - \angle CAB = \angle DAC = \angle DBC. \\
& d(O, MC) = \frac{1}{2} d(A, MC) = \\
& = \frac{1}{2} \cdot \frac{2S_{AMC}}{MC} = \frac{AM \cdot DC}{2MC} \cdot \frac{DC}{BC} = \tg 30^\circ \cdot DC = AB = 6\sqrt{7}. AM = AB \cdot \tg 30^\circ = 2\sqrt{21}, MD = AD - AM = 4\sqrt{21}. \\
& \frac{AM \cdot DC}{2MC} = \frac{2\sqrt{21} \cdot 6\sqrt{7}}{2\sqrt{MD^2 + DC^2}} = \frac{42\sqrt{3}}{\sqrt{16 \cdot 21 + 36 \cdot 7}} = \frac{42\sqrt{3}}{14\sqrt{3}} = 3.
\end{aligned}$$

18. При каких значениях параметра a для любых значений параметра b хотя бы при одном значении параметра c система уравнений

$$\begin{cases} bx + y = ac^2, \\ x + by = ac + 1 \end{cases}$$

имеет решения?

$$\begin{aligned}
& \begin{cases} y = ac^2, \\ x = ac + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = ac^2 - bx, \\ (b^2 - 1)x = abc^2 - ac - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} (b^2 - 1)y = abc + b - ac^2 \\ (b^2 - 1)x = abc^2 - ac - 1 \end{cases} \\
& b = 0 \quad c \neq 0 \quad (b^2 - 1)y = abc + b - ac^2 \quad (b^2 - 1)x = abc^2 - ac - 1 \quad (b^2 - 1)y = abc + b - ac^2 \\
& b \neq \pm 1 \quad b = -1 \quad ac^2 + ac + 1 = 0 \quad ac^2 - ac - 1 = 0 \quad a = 0 \quad a \neq 0 \quad a^2 - 4a \geq 0 \quad a^2 + 4a \geq 0 \quad a \in (-\infty; 0) \cup [4; +\infty) \\
& a \in (-\infty; -4] \cup (0; +\infty) \quad a \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty) \quad a \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty) \quad y = k_1x + b_1 \quad y = k_2x + b_2 \quad y = -bx + ac^2 \\
& y = (-1/b)x + (ac + 1)/b \quad k_1 = k_2 \quad b_1 \neq b_2 \quad -b = (-1/b)ac^2 \neq (ac + 1)/b \quad b = \pm 1 \quad ac^2 - ac - 1 = 0 \quad ac^2 + ac + 1 = 0 \quad a^2 + 4a < 0 \\
& a^2 - 4a < 0 \quad -4 < a < 4 \quad a \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty) \quad a \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty).
\end{aligned}$$

19. Каждое из чисел a_1, a_2, \dots, a_{350} равно 1, 2, 3 или 4.

Обозначим

$$S_1 = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{350},$$

$$S_2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{350}^2,$$

$$S_3 = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + \dots + a_{350}^3,$$

$$S_4 = a_1^4 + a_2^4 + a_3^4 + \dots + a_{350}^4.$$

Известно, что $S_1 = 513$.

- a) Найдите S_4 , если еще известно, что $S_2 = 1097$ и $S_3 = 3243$.
- б) Может ли $S_4 = 4547$?
- в) Пусть $S_4 = 4745$. Найдите все значения, которые может принимать S_2 .

1

Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Угол BAC равен 32° . Найдите угол BOC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

ИЛИ

Площадь треугольника ABC равна 24; DE – средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь треугольника CDE .

Ответ: _____.

ИЛИ

В ромбе $ABCD$ угол DBA равен 13° . Найдите угол BCD . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

ИЛИ

Стороны параллелограмма равны 24 и 27. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 18. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

Ответ: _____.

